

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE UN MATERIAL TERMOPLÁSTICO  
DURANTE EL PROCESO DE ESTIRAMIENTO.

JOSÉ HERNÁN RESTREPO MONTOYA

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
MEDELLÍN

2008

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE UN MATERIAL TERMOPLÁSTICO  
DURANTE EL PROCESO DE ESTIRAMIENTO.

JOSÉ HERNÁN RESTREPO MONTOYA

Proyecto de grado

Asesor:

Dr. Edgar Alexander Ossa

UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
MEDELLÍN  
2008

## DEDICATORIA

A mis padres, que con su esfuerzo y de dedicación, han logrado que un niño, se convierta en un hombre, y que ese hombre se convierta en una mejor persona tanto en lo intelectual como en lo humano.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Alexander Ossa por brindarme su tiempo como asesor de este trabajo de grado, y a todas aquellas personas que de alguno u otro modo aportaron sus conocimientos o sugerencias para su desarrollo.

## CONTENIDO

	Pág
1. OBJETIVOS .....	10
1.1. OBJETIVO GENERAL .....	10
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	10
2. INTRODUCCIÓN.....	11
3. ESTADO DEL ARTE .....	14
3.1. DEFORMACIÓN DE LOS POLÍMEROS TERMOPLÁSTICOS .....	14
3.2. COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO DE LOS POLÍMEROS.....	16
3.2.1. El modelo de Maxwell. ....	16
3.3. RELACIÓN ESFUERZO DE FLUENCIA Y VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN POLÍMEROS AMORFOS. ....	20
3.4. MODELOS PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE EL ESFUERZO DEPENDIENDO DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN. ....	21
3.4.1. Ley de las Potencias: .....	21
3.4.2. Modelo de Eyring para el flujo de sólidos:.....	21
3.5. MODELOS PARA EL AJUSTE DE TEMPERATURAS .....	25
3.5.1. MÉTODO DE ARRHENIUS .....	25
3.5.2. Método WLF .....	26
4. MODELO PARA CALCULAR LA CURVA ESFUERZO DE CEDENCIA Vs DEFORMACIÓN A VARIAS TEMPERATURAS.....	28
4.1. MATERIALES UTILIZADOS .....	28
4.2. PRUEBAS PARA CALCULAR EL ESFUERZO DE CEDENCIA DE LOS MATERIALES.....	29
4.2.1. Montaje Experimental:.....	29
4.2.2. Resultados de las pruebas:.....	30
4.2.3. Extracción de los datos de las graficas de los experimentos realizados por Mulliken y Boyce: .....	34
4.3. MODELO PARA LA PREDICCIÓN DE LA CURVA ESFUERZO Vs VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN.....	36
4.3.1. Ajuste de los datos experimentales:.....	40
4.3.2. Comparación con otros modelos.....	44

4.3.3. Efecto de la temperatura en la curva esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación:.....	48
5. APROXIMACIÓN A LA APLICACIÓN DEL MODELO EN EL ESTIRADO DE FIBRAS POLIMÉRICAS .....	51
5.1. EJEMPLO DE APLICACIÓN .....	53
6. CONCLUSIONES .....	58
7. BIBLIOGRAFÍA.....	60

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Comportamiento del esfuerzo de un polímero termoplástico con relación a la deformación.....	14
Figura 2: Esquema del modelo viscoelástico de Maxwell. ....	16
Figura 3: Representación de la constante de tiempo para la relajación de esfuerzos. ....	18
Figura 4: Representación esquemática del modelo de Voigt-Kelvin conformado por un actuador y un resorte en paralelo.....	19
Figura 5: Esquema del modelo constitutivo de Mulliken y Boyce para la predicción de los esfuerzos de cedencia desde bajas hasta altas velocidades de deformación. ....	23
Figura 6: Curva representativa del comportamiento del esfuerzo y la deformación del PC a varias velocidades de deformación. ....	30
Figura 7: Curva representativa del comportamiento del esfuerzo y la deformación del PMMA a varias velocidades de deformación.....	31
Figura 8: Esfuerzo de cedencia real del PC como función de la velocidad de deformación.....	32
Figura 9: Esfuerzo de cedencia real del PMMA como función de la velocidad de deformación.....	33
Figura 10: Imagen de datos de pruebas del PC exportada a un paquete CAD para facilitar la extracción de información. ....	34
Figura 11: Graficas del esfuerzo Vs la velocidad de deformación para el PC y el PMMA, extraídas de los experimentos de Mulliken y Boyce. ....	36
Figura 12: Representación grafica de los coeficientes que se desean hallar en escala semi logarítmica en las abscisas.....	37
Figura 13: Curva Exponencial. ....	38
Figura 14: Grafico de comparación entre datos teóricos y modelo propuesto para el PC. ....	40
Figura 15: Grafico de comparación entre datos teóricos y modelo propuesto para el PMMA. ....	42
Figura 16: Comparación de tres modelos para el ajuste de los datos de la curva Esfuerzo de Fluencia Vs Velocidad de Deformación para el PC.....	47

Figura 17: Comparación de tres modelos para el ajuste de los datos de la curva Esfuerzo de Fluencia Vs Velocidad de Deformación para el PMMA. ....	47
Figura 18: Curvas de ajustes de temperaturas logradas por Mulliken y Boyce para el PC. ....	49
Figura 19: Comparación de ajuste de temperaturas del modelo propuesto ajustado con WLF y los datos ajustados por Mulliken y Boyce.....	50
Figura 20. Estiramiento de fibras por medio de poleas. ....	52



## LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Parámetros de la ley de las potencias de algunos polímeros.....	21
Tabla 2: Datos experimentales de algunos polímeros para el ajuste de temperaturas por el método de Arrhenius. ....	26
Tabla 3: Datos extraídos de la gráfica esfuerzo de fluencia Vs Velocidad de deformación del PC.....	35
Tabla 4: Datos extraídos de la gráfica esfuerzo de fluencia Vs Velocidad de deformación del PMMA. ....	35
Tabla 5: Comparación entre datos reales y datos teóricos para el PC.....	41
Tabla 6: Comparación entre datos reales y datos teóricos para el PMMA.....	43
Tabla 7: Factores de la ley de las potencias para el ajuste de las curvas del PC y el PMMA .....	45
Tabla 8: Parámetros de ajuste para el modelo Ree-Eyring para el PC y el PMMA...	45

## 1. OBJETIVOS

### 1.1. OBJETIVO GENERAL

Estudiar el comportamiento mecánico de algunos polímeros termoplásticos amorfos durante el proceso de halado como función de la velocidad de estiramiento.

### 1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Estudiar los modelos existentes para predecir el comportamiento de materiales termoplásticos bajo diferentes condiciones de velocidades de deformación y temperatura.

Proponer un modelo para predecir el esfuerzo de fluencia generado en el material como función de una velocidad de deformación definida.

Comprender el efecto de la temperatura en la respuesta mecánica del material, como función de la velocidad de deformación.

## 2. INTRODUCCIÓN

Los polímeros amorfos han sido utilizados en aplicaciones que van desde la fabricación de botellas para envasar alimentos y bebidas, pasando por fibras sintéticas, hasta su utilización como materiales de ingeniería, donde las aplicaciones estructurales y de resistencias al impacto son necesarias. La utilización de estos materiales poliméricos ha sido impulsada debido a su relativa baja densidad, un ejemplo de ellos es su utilización en la fabricación de chalecos antibalas, también por ser amorfos permiten observar por ejemplo el contenido del líquido en una botella de bebida gaseosa.

La predicción del comportamiento mecánico de un material es un factor fundamental para garantizar la calidad de un producto y la funcionalidad del mismo, por ejemplo, predecir cual es el esfuerzo mínimo que debe ser aplicado a una fibra para ser estirada a una determinada velocidad de deformación a una temperatura dada, es un factor clave para el diseño de estiradores de fibras, o predecir el esfuerzo máximo que puede ser aplicado a una fibra antes de que esta se rompa, es fundamental para la formación de filamentos continuos, o la predicción del esfuerzo de cedencia de un polímero amorfo a altas velocidades de deformación para el caso de impactos, es factor crucial para proteger la vida de una persona que use un chaleco antibalas.

Los métodos utilizados en la actualidad para predecir el comportamiento mecánico de un polímero con relación a la velocidad de estiramiento a la cual se someta son variados, sin embargo, estos métodos modelan este comportamiento para bajas velocidades de deformación, o para altas velocidades de deformación, aquellos que lo hacen para una amplia gama de velocidades utilizan una gran cantidad de complejos parámetros de ajuste que dificultan la obtención de los resultados deseados para ser aplicados en los procesos industriales para los cuales estas simulaciones son requeridas.

Existen varios estudios que hacen referencia al comportamiento de un material dependiendo de la velocidad de deformación a la cual estos se sometan. Los primeros estudios de este comportamiento fueron realizados por Ree en 1936 y posteriormente modificados por Eyring en 1955 donde surge la teoría de Ree-Eyring, esta teoría aplicada a la plasticidad de los polímeros asume que este comportamiento esta relacionado directamente con ciertos grados de libertad que poseen las cadenas moleculares de los polímeros. De esta teoría se observó que existía una región de transición que hacía elevar abruptamente el esfuerzo de cedencia de un material cuando existía una baja temperatura o una alta velocidad de deformación, debido a estos fenómenos. se bloqueaban los grados de libertad de las cadenas moleculares, dando como resultado una mayor oposición del material a estas fuerzas externas.

Los primeros autores que lograron capturar la transición que se presenta en un material a ciertas velocidades de deformación fueron Roetling en 1956, Bawens en 1969 y Bawens-Crowet en el mismo año, para condiciones de carga cuasi estáticas y una amplia gama de temperaturas. (Mulliken, y otros, 2006).

En 1972 Bawens propone un modelo mejorado de la teoría de Ree-Eyring en el cual manifiesta que existe una segunda transición del material también ocasionada por el bloqueo de las cadenas moleculares del polímero. A partir de estos experimentos muchos otros autores han realizado pruebas que sustentan la teoría Ree-Eyring aplicando el Método *Split Hopkinson Bar*, para estudiar el comportamiento a la cedencia de materiales termoplásticos a altas velocidades de deformación, entre ellos se destaca Riestch y Boutte, 1990; Walley y Field, 1994; Moy, 2003; Cady, 2003; Swallowe y Lee, 2003; Mulliken y Boyce, 2006.

En este trabajo de grado no se pretende analizar detalladamente cada modelo propuesto para estudiar el comportamiento de cedencia de los materiales, ni tampoco estudiar a nivel molecular un polímero intentando predecir un comportamiento regido por las fuerzas intermoleculares que se ejercen en sus cadenas, sin embargo, se propondrá un modelo basado en datos experimentales obtenidos por otros autores, con el cual se pueda predecir el esfuerzo de cedencia de un material polimérico amorfo, tanto para velocidades de deformación bajas como altas, y al mismo tiempo entender los efectos de la temperatura en el comportamiento que poseen estos materiales a diferentes velocidades de deformación, sin la necesidad de la utilización de modelos numéricos complejos de ajuste como algunas de las ecuaciones que los autores anteriormente mencionados proponen.

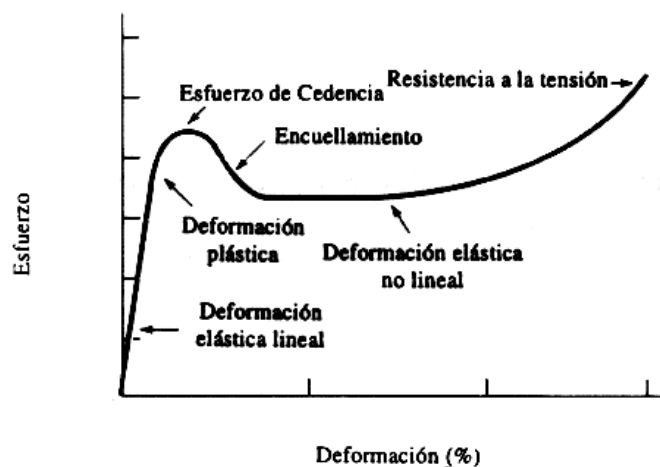
### 3. ESTADO DEL ARTE

#### 3.1. DEFORMACIÓN DE LOS POLÍMEROS TERMOPLÁSTICOS

Al aplicarles una fuerza externa a los polímeros termoplásticos estos a su vez se deforman plástica y elásticamente siempre y cuando el esfuerzo que se le aplique supere el esfuerzo de cedencia del material. Este comportamiento mecánico está relacionado directamente con la manera en la cual las cadenas moleculares del polímero se mueven entre sí bajo la carga aplicada. El proceso de deformación de los polímeros termoplásticos a diferencia de los metales y los cerámicos, dependen del tiempo y de la rapidez de la aplicación de la carga. (Askeland, 1998)

En los termoplásticos amorfos se presenta deformación plástica cuando el esfuerzo aplicado, supera el esfuerzo de cedencia del material, y más allá de este punto el esfuerzo disminuye mientras las cadenas moleculares son estiradas, desenmarañadas y alineadas hasta el punto que quedan casi paralelas entre sí, terminando el proceso de deformación; la ruptura requiere un mayor esfuerzo para vencer los enlaces de covalentes que forman las cadenas estrechamente alineadas. (Askeland, 1998).

Figura 1: Comportamiento del esfuerzo de un polímero termoplástico con relación a la deformación.



(Askeland, 1998)

El comportamiento general de un polímero termoplástico se representa en la Figura 1, donde se aprecia una región donde el comportamiento es elástico, y una región donde el comportamiento del material se vuelve plástico manteniendo ciertas características elásticas.

La deformación en un cuerpo se entiende como un cambio en la forma o en su tamaño cuando es aplicada una fuerza externa. El cambio de longitud en un cuerpo ya sea por contracción o por estiramiento se representa mediante la deformación unitaria, que es la medida de la variación de la longitud de un cuerpo, por unidad de medida. (Hibbler, 1997)

La deformación unitaria se representa como:

$$\varepsilon = \frac{Lf - Li}{Li} (1)$$

donde  $\varepsilon$ , es la deformación unitaria,  $Lf$ , es la longitud del elemento después de haber sido deformado y  $Li$ , es la longitud del elemento antes de ser deformado.

Una deformación negativa representa una contracción del elemento, una deformación positiva representa un estiramiento del elemento.

Cuando la deformación se divide por una unidad de tiempo, representa la velocidad de deformación y se expresa como  $\dot{\varepsilon}$ , que se puede describir como la deformación ocurrida en un cuerpo en un tiempo definido.

En la mayoría de las aplicaciones que requieren elongación del material, dicho estiramiento es mas eficiente cuando el esfuerzo que se aplica a la pieza es o se encuentra cerca del punto de cedencia del material. (Progelhof, 1993).

### 3.2. COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO DE LOS POLÍMEROS

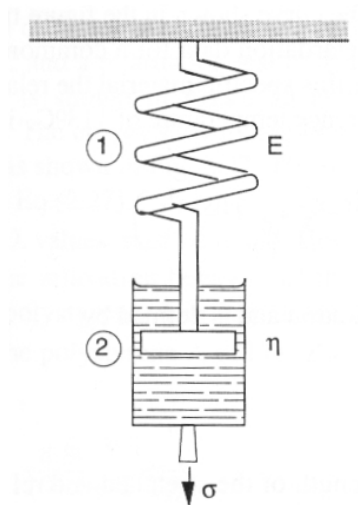
Un polímero a una temperatura específica puede comportarse como un sólido o como un líquido dependiendo de la velocidad con la que es deformado. Este comportamiento que se presenta entre los estados de sólido y líquido se conoce como comportamiento viscoelástico. Un comportamiento viscoelástico puede presentarse de forma lineal o no lineal, generalmente para deformaciones muy pequeñas el modelo de comportamiento viscoelástico es el lineal, pero para deformaciones muy grandes se emplean modelos no lineales.

Para representar el comportamiento de los materiales se han generado modelos que se basan en el comportamiento de resortes y de actuadores, a continuación se representan algunos de los modelos que han sido propuestos para representar el comportamiento viscoelástico de los materiales.

#### 3.2.1. El modelo de Maxwell.

Este modelo explica la deformación plástica a carga constante.

Figura 2: Esquema del modelo viscoelástico de Maxwell.





En este modelo la deformación total esta compuesta por una deformación viscosa  $\varepsilon_v$  representada por el actuador y por una deformación elástica  $\varepsilon_e$  representada por el resorte lineal. La deformación total se representa como:

$$\varepsilon = \varepsilon_v + \varepsilon_e \quad (2)$$

así mismo como la velocidad de deformación.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_v + \dot{\varepsilon}_e \quad (3)$$

asumiendo que el resorte se comporta según la ley de Hooke.

$$\dot{\varepsilon}_e = \frac{\dot{\sigma}}{E} \quad (4)$$

y la parte viscosa que se representa con el actuador se representa como.

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{\sigma}{\eta} \quad (5)$$

por lo que la ecuación 3 se puede definir como:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (6)$$

La ecuación 6 se puede escribir como

$$\sigma + \frac{\eta}{E} \frac{d\sigma}{dt} = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (7)$$

si se mantienen una deformación constante en el tiempo la ecuación 7 puede escribirse como

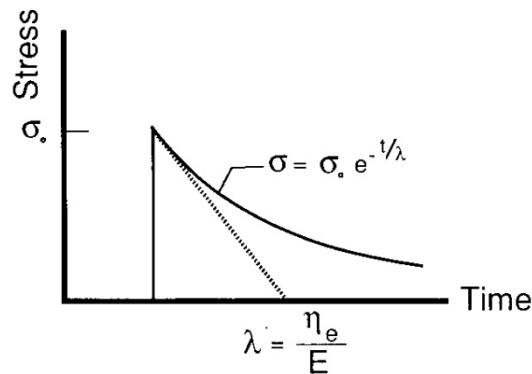
$$\sigma + \frac{\eta}{E} \frac{d\sigma}{dt} = 0 \quad (8)$$

integrando la ecuación 8 se tiene que

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\lambda}} \quad (9)$$

donde  $\sigma_0$  es un esfuerzo de referencia y  $\lambda$ , es el tiempo de relajación, que se interpreta como el tiempo requerido para que el esfuerzo decaiga  $1/e$  ó 36.8% de su valor inicial. este es el intercepto de la línea tangente dibujada desde la curva esfuerzo Vs tiempo en tiempo cero como lo muestra la figura .(Osswald, y otros, 1995).

Figura 3: Representación de la constante de tiempo para la relajación de esfuerzos.



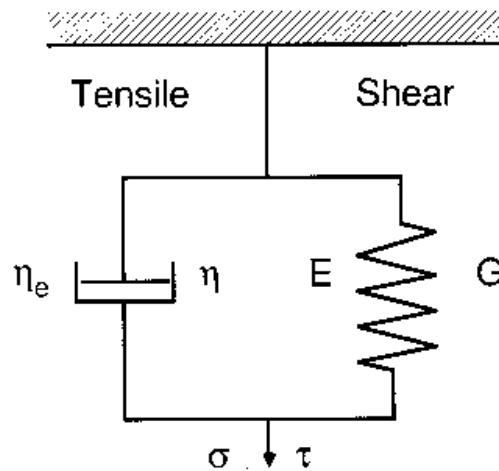
(Progelhof, 1993)

El esfuerzo decae dada la ecuación  $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\lambda}}$ , donde  $\lambda$  es la constante de tiempo para la relajación de esfuerzos.

### 3.2.2. El modelo de Voigt-Kelvin

El modelo de Voigt-Kelvin consta de un actuador y un resorte en paralelo y explica la relajación de tensiones a deformación constante.

Figura 4: Representación esquemática del modelo de Voigt-Kelvin conformado por un actuador y un resorte en paralelo.



La deformación total del sistema esta dada por la deformación en el actuador o deformación viscosa  $\varepsilon_v$  y por la deformación en el resorte o deformación elástica  $\varepsilon_e$ .

$$\varepsilon = \varepsilon_v + \varepsilon_e \quad (10)$$

Los esfuerzos totales son las sumas de los componentes de los esfuerzos de cada componente.

$$\sigma = \sigma_v + \sigma_e \quad (11)$$

El modelo que representa los esfuerzos de tensión en función de la deformación se representa por:

$$\dot{\varepsilon} + \left(\frac{E}{\eta_e}\right) \varepsilon = \frac{\sigma}{\eta_e} \quad (12)$$

Y la deformación dependiente del tiempo viene dada por la ecuación:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{\left(\frac{-Et}{\eta_e}\right)}\right) \quad (13)$$

### 3.3. RELACIÓN ESFUERZO DE FLUENCIA Y VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN EN POLÍMEROS AMORFOS.

Debido a que los polímeros termoplásticos amorfos poseen un comportamiento viscoelástico no lineal, al momento de hacer ensayos de materiales para velocidades de deformación cuasi estática hasta velocidades que bordean los  $10^4 \text{ s}^{-1}$ , ha sido necesario proponer modelos que representen de una manera teórica este comportamiento tan particular en este tipo de polímeros, de modo que sirvan de ayuda a las personas que requieren obtener estos datos de una manera confiable, sin tener que someterse a experimentos que son costosos al momento de necesitar la información requerida.

Algunos modelos existentes, solo explican el comportamiento de los polímeros para bajas velocidades de deformación, otros proponen modelos para altas velocidades de deformación, pero muy pocos proponen modelos para predecir el comportamiento de los polímeros tanto para bajas como para altas velocidades de deformación, y los que lo hacen recurren a complicados modelos matemáticos.

Algunos de los modelos que se utilizan para modelar el comportamiento de los esfuerzos en función de velocidades de deformación han sido utilizados para calcular los esfuerzos cortantes en función de la viscosidad y de la rata de cizalladura.

### 3.4. MODELOS PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE EL ESFUERZO DEPENDIENDO DE LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN.

#### 3.4.1. Ley de las Potencias:

La ley de las potencias, es una ecuación la forma:

$$\sigma = K\dot{\gamma}^n \quad (14)$$

donde  $k$  es una constante de proporcionalidad y  $n$  es la constante de la ley de las potencias. La ley de las potencias se puede representar como una líneas recta en un grafico doble logarítmico ya que la anterior ecuación se puede expresar como:

$$\log(\sigma) = n\log(\dot{\gamma}) + \log(k) \quad (15)$$

donde  $k$  representa el intercepto con las abscisas y  $n$  es la pendiente de la línea recta.

La ecuación que describe el comportamiento del esfuerzo cortante se describe como:

$$\tau = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (16)$$

Tabla 1: Parámetros de la ley de las potencias de algunos polímeros.

Polímero	$K(Pa \cdot s^n)$	n
Poliestireno	$1.74 \times 10^5$	0.32
Polietileno de alta densidad	$2.18 \times 10^4$	0.48
Polietileno de baja densidad	$5.62 \times 10^4$	0.33
Polipropileno	$1.15 \times 10^5$	0.20
Nylon 66	$1.11 \times 10^4$	0.75
Policarbonato	$1.48 \times 10^6$	0.43

(Progelhof, 1993)

### 3.4.2. Modelo de Eyring para el flujo de sólidos:

La ecuación de Eyring tienen como objetivo predecir el esfuerzo de fluencia de un cuerpo dependiendo de la velocidad de deformación a la que este está sometido.

La idea fundamental de este modelo radica en que un segmento de una macromolécula de un polímero debe pasar sobre una barrera de energía para poder moverse desde una posición hasta otra dentro del sólido. En ausencia de esfuerzo rara vez el segmento del polímero puede saltar esta barrera de energía y cuando lo hace, lo hace en cualquier dirección. Según Eyring, al aplicar un esfuerzo, la altura de la barrera de energía disminuye de manera que es mas fácil que la cadena del polímero pueda moverse, lo que se representa como una deformación medible en magnitud (McCrum, y otros, 1997).

La ecuación que representa el modelo de Eyring es la numero 16.

$$\dot{\epsilon}_y = \dot{\epsilon}_0 e^{-\frac{\Delta H}{RT}} \cdot e^{\frac{\sigma_y V}{2RT}} \quad (16)$$

Despejando la ecuación 16 en términos de la velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}_y$  se tiene que:

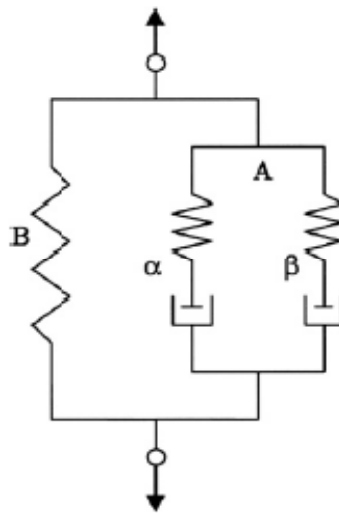
$$\sigma_y = \frac{2RT(\ln(\dot{\epsilon}_y) - \ln(\dot{\epsilon}_0)) + 2\Delta H}{V} \quad (17)$$

donde  $R$  es la constante universal de los gases  $8.314 \frac{J}{mol^\circ K}$ ,  $T$  es la temperatura  $\Delta H$ , es la entalpia de activación,  $V$  es el volumen de activación y  $\dot{\epsilon}_0$  es una constante.

### 3.4.3. Modelo de Mulliken y Boyce

El modelo de Mulliken y Boyce es un modelo constitutivo reciente que predice el comportamiento de un polímero desde bajas hasta altas velocidades de deformación a diferentes temperaturas. Este modelo puede ser interpretado gráficamente como se muestra en la Figura 5.

Figura 5: Esquema del modelo constitutivo de Mulliken y Boyce para la predicción de los esfuerzos de cedencia desde bajas hasta altas velocidades de deformación.



(Mulliken, y otros, 2006)

El modelo está compuesto por un resorte lineal, un actuador viscoplástico y un resorte no lineal. El resorte elástico y el actuador trabajan en serie, y estos a su vez actúan en paralelo con el resorte no lineal.

La implementación del modelo propuesto por Mulliken y Boyce se realizó en el paquete de elementos finitos ABAQUS/Explicit, mediante una subrutina de material definido por el usuario. Este modelo requiere de 16 parámetros que son propios del material y que previamente deben ser hallados para poder resolver el modelo.

Los detalles del desarrollo de este modelo pueden ser consultados en el artículo realizado por Mulliken y Boyce en el 2006 llamado “Mechanics of the rate-dependent elastic-plastic deformation of glassy polymers from low to high strain rates”.



### 3.5. MODELOS PARA EL AJUSTE DE TEMPERATURAS

#### 3.5.1. MÉTODO DE ARRHENIUS

La dependencia de temperatura de un polímero según Arrhenius se describe como:

$$\ln\left(\frac{t^*}{t_0^*}\right) = \frac{H}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) \quad (18)$$

donde  $R$ , es la constante universal de los gases ,  $t^*$  y  $t_0^*$ , son los tiempos de relajación a las temperaturas  $T$  y  $T_0$ , expresadas en °K, y  $H$  es la entalpia de activación.

La contribución que hace Arrhenius para definir el factor de escalamiento  $R_0$  aplicable a la ecuación de esfuerzo-deformación, se define como:

$$\ln(R_0) = \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right) = e^{n\frac{H}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \quad (19)$$

donde  $\dot{\epsilon}$  es la velocidad de deformación equivalente a la Temperatura  $T_0$ , y  $\dot{\epsilon}_0$  es la velocidad de deformación utilizada a la temperatura  $T$ . Según esto el logaritmo del factor de esaclamiento es proporcional a  $n$  y a  $\frac{1}{T}$ , ó

$$\ln(R_0) = \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right) = n\frac{H}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) \quad (20)$$

Para obtener la curva de esfuerzo deformación a diferentes temperaturas, se debe multiplicar la ecuación del esfuerzo por el Factor  $R_0$ , que también se puede definir como:

$$R_0 = \frac{(T_c - T)}{T_c - T_0} \quad (21)$$

donde,  $T_c$  es tabulada para algunos polímeros en la Tabla 2 y corresponde a una temperatura empíricamente calculada a la cual el máximo esfuerzo es extrapolado hasta reducirse a cero.

Tabla 2: Datos experimentales de algunos polímeros para el ajuste de temperaturas por el método de Arrhenius.

Polímero	$T_c/^{\circ}\text{C}$	$n_0$	H/(Kcal)
ABS	170	0.0287	41.5
Poliestireno	176	0.0250	45.8
Policarbonato	217	0.027	33.4
NORYL	160	0.032	40.0
PVC	100	0.037	45.5
Nylon	190	0.076	21.6
Polisulfona	295	0.025	23.8
PBT	110	0.048	42.0

(Brostow, y otros, 1986)

### 3.5.2. Método WLF

El factor de escalamiento que predice el comportamiento de un polímero a varias temperaturas según el modelo WLF, teniendo como base una temperatura de referencia, se representa como:

$$\text{Log}(R_0) = -\frac{C_1(T - T_{ref})}{C_2 + (T - T_{ref})} \quad (22)$$

donde ( $R_0$ ) es el factor de escalamiento,  $C_1$  y  $C_2$  son constantes dependientes del material. Generalmente pruebas han mostrado que asumiendo  $C_1 = 17.44$  y  $C_2 = 51.6$ , se ajustan a una amplia variedad de polímeros cuando la temperatura de transición vítrea es escogida como la temperatura de referencia. La ecuación WLF normalmente debe ser ajustada a los datos experimentales obtenidos. Para encontrar el esfuerzo a diferentes temperaturas basta con multiplicar la ecuación del esfuerzo de cedencia en función de la velocidad de deformación, por el factor de escalamiento. (Osswald, y otros, 1995).

#### 4. MODELO PARA CALCULAR LA CURVA ESFUERZO DE CEDENCIA Vs DEFORMACIÓN A VARIAS TEMPERATURAS.

Existen varios métodos para predecir el comportamiento de una curva esfuerzo de cedencia Vs deformación, sin embargo los métodos descritos, o no se ajustan bien a todos los rangos de velocidades de deformación, o las ecuaciones son complejas y requieren de muchos parámetros que se deben calcular previamente para poder lograr un ajuste aceptable.

En este capítulo se propone un nuevo modelo, que permite ajustar una curva experimental, mediante una ecuación exponencial a diferentes temperaturas de trabajo, sin embargo antes de detallar el modelo, es necesario conocer acerca de los materiales utilizados y de las pruebas necesarias para obtener los datos experimentales de las curvas que se ajustarán con el modelo propuesto en este trabajo.

La información de los experimentos que en este capítulo se mencionan han sido extraídas del artículo “Mechanics of the rate-dependent elastic-plastic deformation of glassy polymers from low to high strain rates” escrito por A.D. Mulliken y M.C Boyce en 2006.

##### 4.1. MATERIALES UTILIZADOS

Los polímeros que se utilizaron en los experimentos de Mulliken y Boyce son el Lexan: Policarbonato (PC) y el Plexiglas G: Polimetil metacrilato(PMMA); ambos polímeros poseen una estructura amorfa. Las probetas que se utilizaron en estos experimentos fueron mecanizadas y almacenadas en una cabina de secado por un periodo de 3 a 5 días para eliminar cualquier variación que las pruebas pudieran presentar por algún cambio en los niveles de humedad. (Mulliken, y otros, 2006).

## 4.2. PRUEBAS PARA CALCULAR EL ESFUERZO DE CEDENCIA DE LOS MATERIALES

Para calcular los esfuerzos de cedencia de los materiales a diferentes velocidades de deformación fueron realizadas pruebas de compresión de dos formas, la primera prueba pretendía capturar los puntos de cedencia de los materiales a bajas velocidades de deformación y la segunda pretendía capturar los mismos esfuerzos de cedencia a altas velocidades de deformación. La prueba de compresión fue seleccionada debido a que en esta se reflejan esfuerzos y deformaciones homogéneas, permitiendo así una mejor interpretación de los resultados obtenidos. (Mulliken, y otros, 2006)

### 4.2.1. Montaje Experimental:

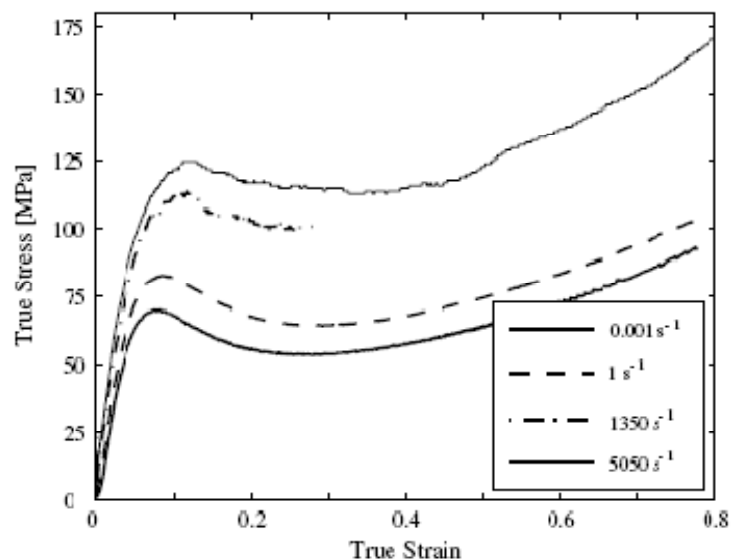
Las pruebas para capturar los esfuerzos de cedencia a bajas velocidades de deformación, se llevaron a cabo en una maquina de ensayos servo hidráulica Instron, donde las velocidades de deformación se pueden controlar en un rango entre  $10^{-4}\text{s}^{-1}$  y  $1\text{s}^{-1}$ . Finas laminas de teflón se colocaron entre las platinas de la maquina y las probetas, además se lubricaron las superficies entre el teflón y las probetas con un lubricante marca WD para disminuir el abarilamiento que las muestras pudieran adoptar por la fricción entre las caras de las mismas y las superficies de apoyo. A la platina inferior se le colocó un asiento esférico tipo rótula para compensar cualquier desalineamiento. Las probetas se maquinaron con una geometría cilíndrica de 12.7mm de diámetro y 6.35mm de largo. Al maquinado de los cilindros se les exigió que tuvieran una tolerancia geométrica de caras paralelas de menos de tres centésimas de milímetro de desviación.

Para las pruebas de captura de esfuerzos de cedencia a altas velocidades de deformación, se utilizó la prueba *Split-Hopkinson bar*, que es capaz de capturar dichos esfuerzos en un rango entre  $800 \text{ s}^{-1}$  y  $6000 \text{ s}^{-1}$ . Este aparato emplea barras sólidas de aluminio como medio para aplicar presión, la longitud de las barras es de aproximadamente 2.3 metros y 19.05 milímetros de diámetro. Las probetas utilizadas en esta prueba fueron cilindros de 5.08 milímetros de diámetro y 2.54 mm de longitud. Ambas caras de las probetas se lubricaron con un gel a base de petróleo para evitar que las probetas se abarrilen en el momento de ser impactadas por las barras de aluminio. (Mulliken, y otros, 2006).

#### 4.2.2. Resultados de las pruebas:

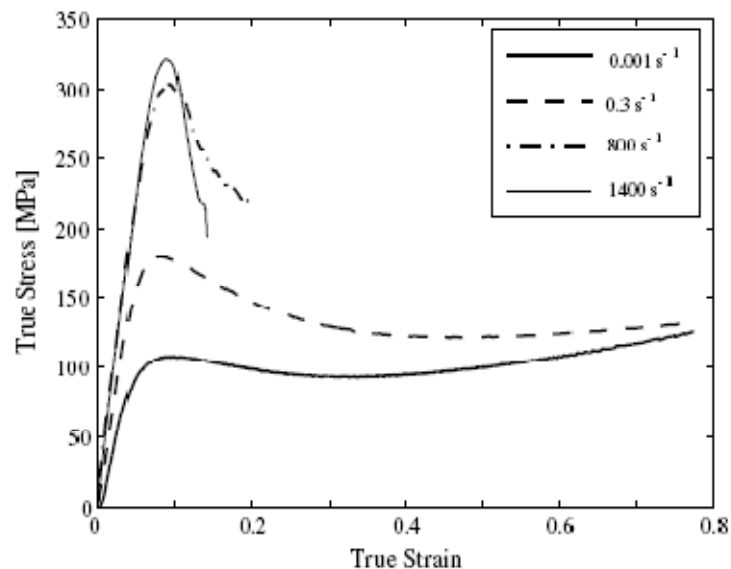
En las pruebas de compresión que realizaron Mulliken y Boyce a bajas velocidades de deformación en la máquina Instron, las probetas de PC y el PMMA se deformaron de una forma dúctil hasta alcanzar una deformación unitaria real de 0.8mm/mm.

Figura 6: Curva representativa del comportamiento del esfuerzo y la deformación del PC a varias velocidades de deformación.



(Mulliken, y otros, 2006)

Figura 7: Curva representativa del comportamiento del esfuerzo y la deformación del PMMA a varias velocidades de deformación.

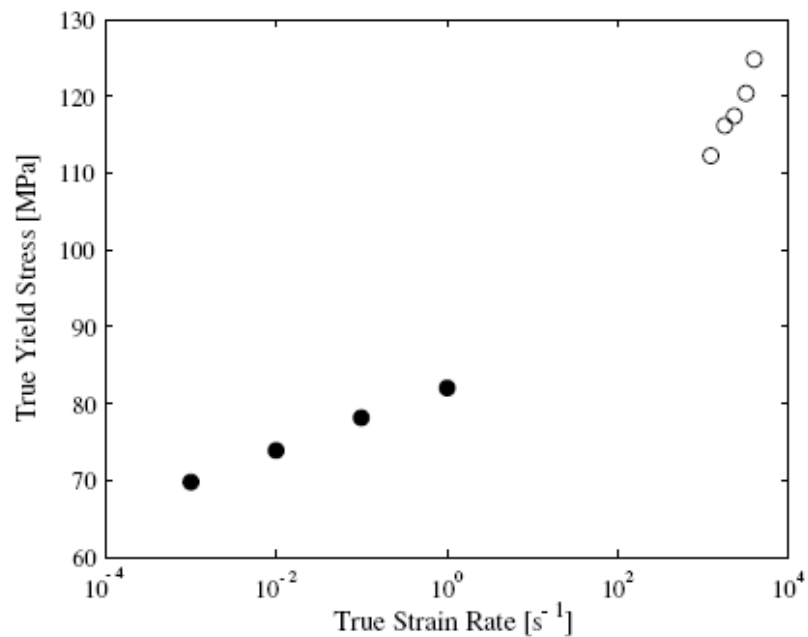


(Mulliken, y otros, 2006)

Para el caso de las pruebas para altas velocidades de deformación las probetas de PC se deformaron de una manera dúctil para rangos entre 1200s<sup>-1</sup> y 4000 s<sup>-1</sup> (velocidad de deformación real en el punto de cedencia). En las probetas de PMMA ocurrió primero una fractura frágil por encima de los 1400s<sup>-1</sup> antes de que se presentara cedencia, por debajo de esta velocidad de deformación se observó un comportamiento de cedencia previo a la falla frágil.

Las graficas que compilan Mulliken y Boyce a partir de las pruebas mencionadas anteriormente se muestran en la Figura 8 y en la Figura 9.

Figura 8: Esfuerzo de cedencia real del PC como función de la velocidad de deformación. Los puntos negros representan los resultados de las pruebas en la maquina servo hidráulica (bajas velocidades de deformación), los puntos blancos representan los resultados de la pruebas en la maquina *Split-Hopkinson Bar* (altas velocidades de deformación)

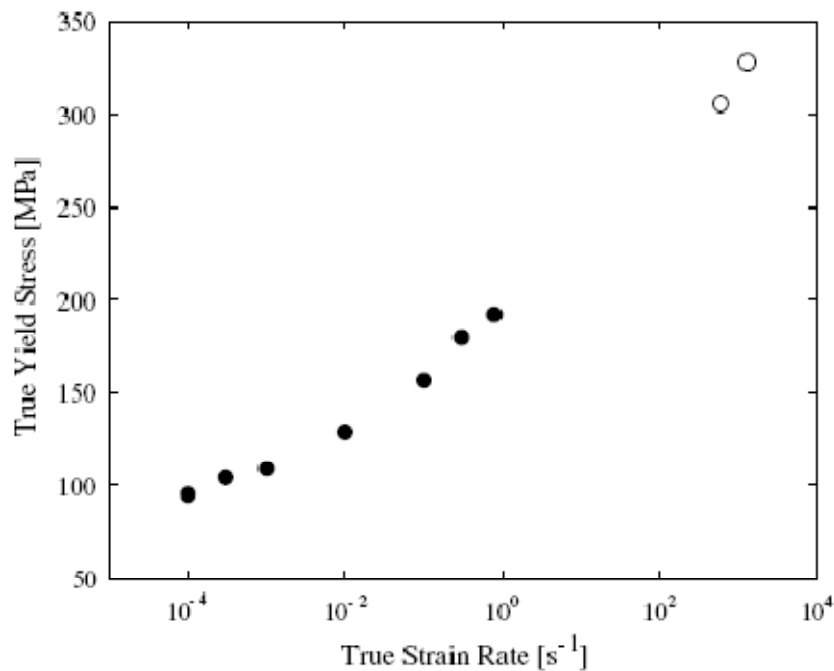


(Mulliken, y otros, 2006)

En la Figura 8, se aprecia que el esfuerzo de cedencia a bajas velocidades de deformación se incrementa de una manera casi lineal con el logaritmo de dichas velocidades, lo mismo sucede para las pruebas realizadas a altas velocidades de deformación, con la diferencia que la pendiente que describiría la recta que ajusta estos puntos es mucho más pronunciada que la pendiente obtenida para los datos tomados a bajas velocidades de deformación. Este comportamiento indica que existe una transición en el comportamiento del material a medida que la velocidad de deformación aumenta a partir de un nivel crítico y que se localiza en los rangos donde las maquinas utilizadas para realizar estas pruebas no son capaces de captar dichos datos.



Figura 9: Esfuerzo de cedencia real del PMMA como función de la velocidad de deformación. Los puntos negros representan los resultados de las pruebas en la maquina servo hidráulica (bajas velocidades de deformación), los puntos blancos representan los resultados de la pruebas en la maquina *Split-Hopkinson Bar* (altas velocidades de deformación).



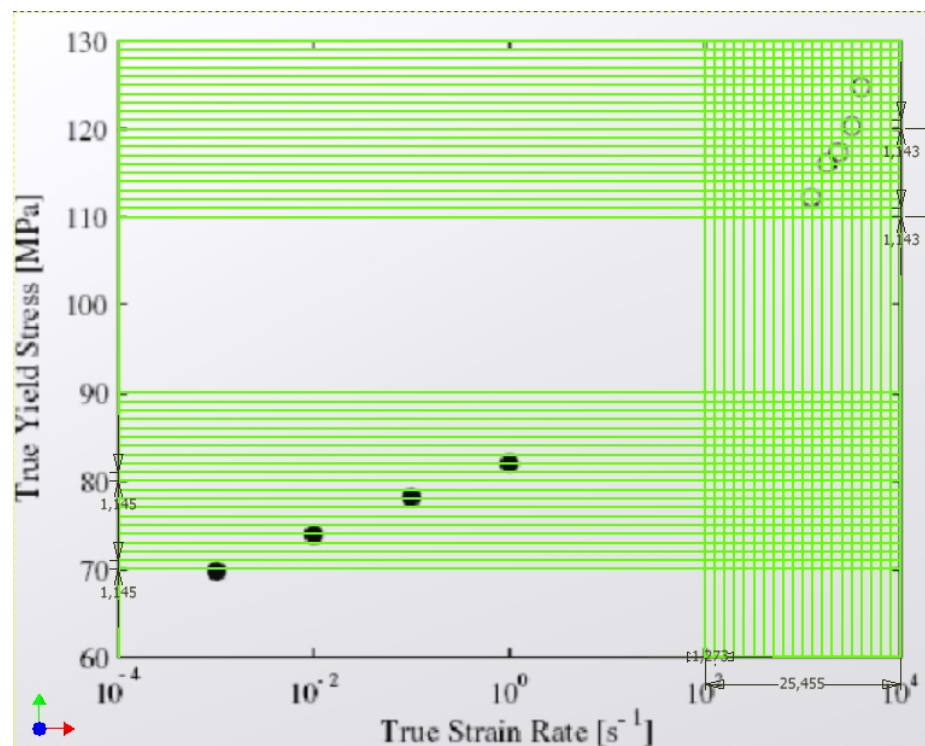
(Mulliken, y otros, 2006)

En la Figura 9, se observa que para el PMMA la transición del material se presenta en el rango de bajas velocidades de deformación y se ubica posiblemente entre  $10^{-5}s^{-1}$  y  $10^{-4}s^{-1}$ , pero un cambio apreciable en la grafica no se muestra sino hasta por los alrededores de  $10^{-3}s^{-1}$ . También se observa que el esfuerzo de cedencia se incrementa en una forma no lineal con el logaritmo de la velocidad de deformación.

#### 4.2.3. Extracción de los datos de las graficas de los experimentos realizados por Mulliken y Boyce:

Como los datos disponibles del artículo de Mulliken y Boyce están disponibles en forma de grafica, se buscó la manera para que la extracción de los datos fuera más confiable que la simple aproximación del ojo humano, para ello se utilizó un paquete CAD, al cual se importó la imagen de donde iban a ser extraídos los datos, y se dibujaron líneas espaciadas igualmente para asegurar una correcta extracción de la información y minimizar así posibles errores.

Figura 10: Imagen de datos de pruebas del PC exportada a el paquete CAD Solid Works 2006 para facilitar la extracción de información.



Con esta técnica se extrajeron las siguientes tablas para las pruebas realizadas a las probetas de PC y PMMA.

Tabla 3: Datos extraídos de la gráfica esfuerzo de fluencia Vs Velocidad de deformación del PC.

<b>POLICARBONATO(PC)</b>	
Velocidad de Deformación (1/s)	Esfuerzo de Cedencia Real (MPa)
0,001	70
0,010	74
0,100	78
1,000	82
1.258,925	112
1.995,262	116
2.511,886	117
3.162,278	120
3.981,072	125

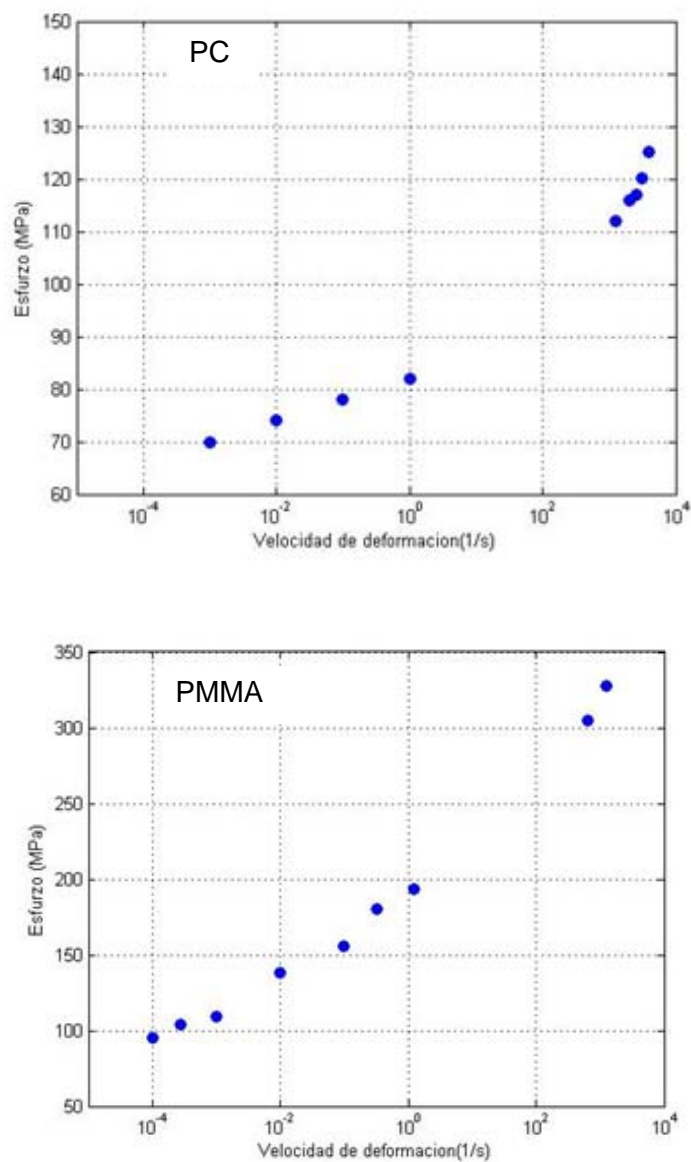
Tabla 4: Datos extraídos de la gráfica esfuerzo de fluencia Vs Velocidad de deformación del PMMA.

<b>POLIMETIL METACRILATO (PMMA)</b>	
Velocidad de Deformación (1/s)	Esfuerzo de Cedencia Real (MPa)
0,0001	95
0,000281838	104
0,001	109
0,01	138
0,1	156
0,316227766	180
1,258925412	193
630,9573445	305
1258,925412	328

#### 4.3. MODELO PARA LA PREDICCIÓN DE LA CURVA ESFUERZO Vs VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN.

De los datos de los experimentos de Mulliken y Boyce que se extrajeron anteriormente, se obtienen las siguientes graficas, que desde este punto son la base para proponer el modelo de ajuste de curvas para polímeros amorfos.

Figura 11: Graficas del esfuerzo Vs la velocidad de deformación para el PC y el PMMA, extraídas de los experimentos de Mulliken y Boyce.



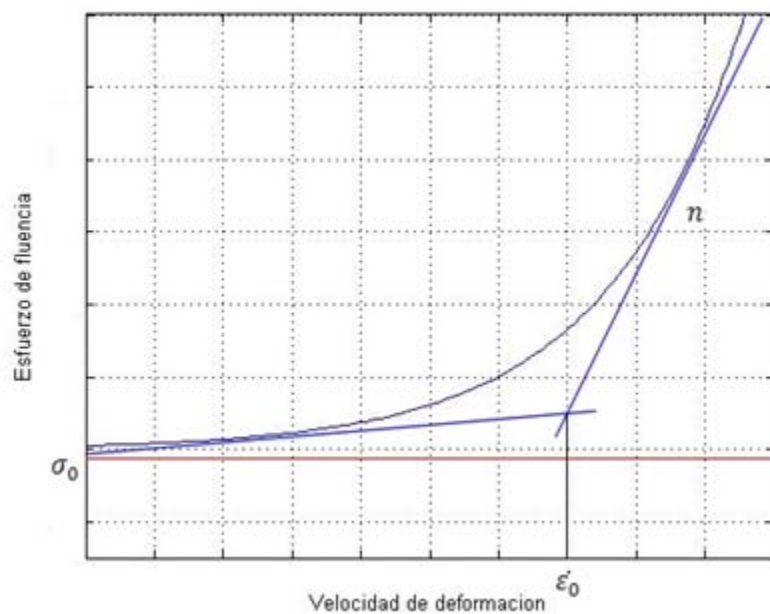
Partiendo de las graficas de la Figura 11, se plantean tres hipótesis que serán las bases del modelo propuesto.

Primera: Debe existir para una velocidad de deformación tendiente a cero, un esfuerzo mínimo apreciable  $\sigma_0$  en las curvas de esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación.

Segunda: Debe existir una velocidad de deformación crítica  $\dot{\epsilon}_0$ , a partir de la cual, cualquier incremento en esta velocidad de deformación ocasiona un incremento significativo en el esfuerzo de cedencia del material.

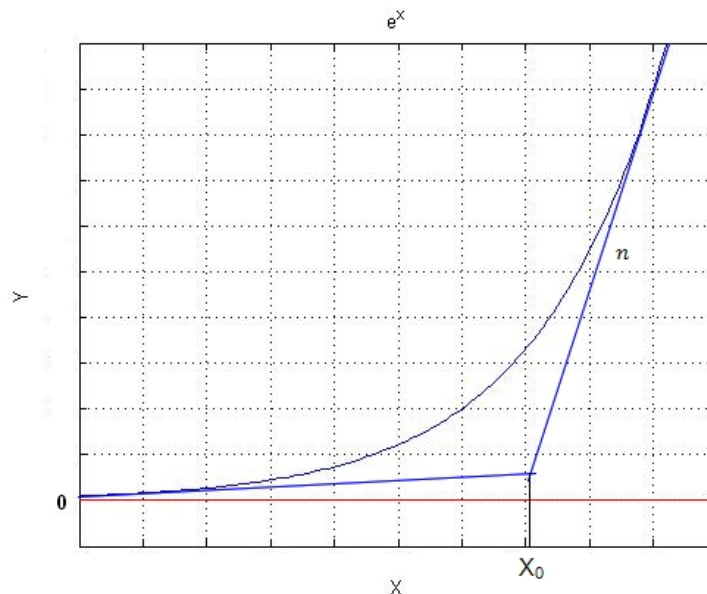
Tercera: Debe existir un coeficiente  $n$  que permita incrementar significativamente los esfuerzos de cedencia, a partir de la velocidad de deformación crítica.

Figura 12: Representación grafica de los coeficientes que se desean hallar en escala semi logarítmica en las abscisas.



Una curva exponencial de la forma  $e^x$ , tiene un comportamiento muy similar al comportamiento de la curva que tienden a formar los puntos que se extraen de un experimento de compresión a diferentes velocidades de deformación para polímeros amorfos. En esta existe una asíntota en el eje Y, se presenta un punto en el eje X,  $X_0$  a partir del cual un incremento en este valor causa un cambio significativo en Y, y se puede definir una valor n que delimita el grado de inclinación de la curva a partir del punto  $X_0$  mencionado. La representación de este comportamiento se puede visualizar en la Figura 13.

Figura 13: Curva Exponencial.



La ecuación de una función exponencial común, se representa por la ecuación

$$y = e^x \quad (23)$$

Donde su asíntota  $y_0$  es cero y los factores  $X_0$  y  $n$  podrían considerarse como la unidad.

En este orden de ideas, si se compara la grafica de la Figura 13 con la graficas de la Figura 11, se deduce entonces, que una función exponencial puede ser ajustada para predecir el comportamiento de una curva Esfuerzo de cedencia Vs Velocidad de deformación siempre y cuando se puedan encontrar coeficientes tales que definan la asíntota  $y_0$ , el punto de referencia  $x_0$  y el factor  $n$ .

El modelo que se propone entonces para representar esta curva es el siguiente:

$$y = y_0 e^{\left(\frac{x}{x_0}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)}} \quad (24)$$

Si los factores  $y_0$ ,  $x_0$  y  $n$ , se hacen unitarios, la ecuación propuesta se convierte en una ecuación exponencial común de la forma  $y = e^x$ .

Si se toma la ecuación 24, y se hace la analogía aplicada a la grafica Esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación se tiene que:

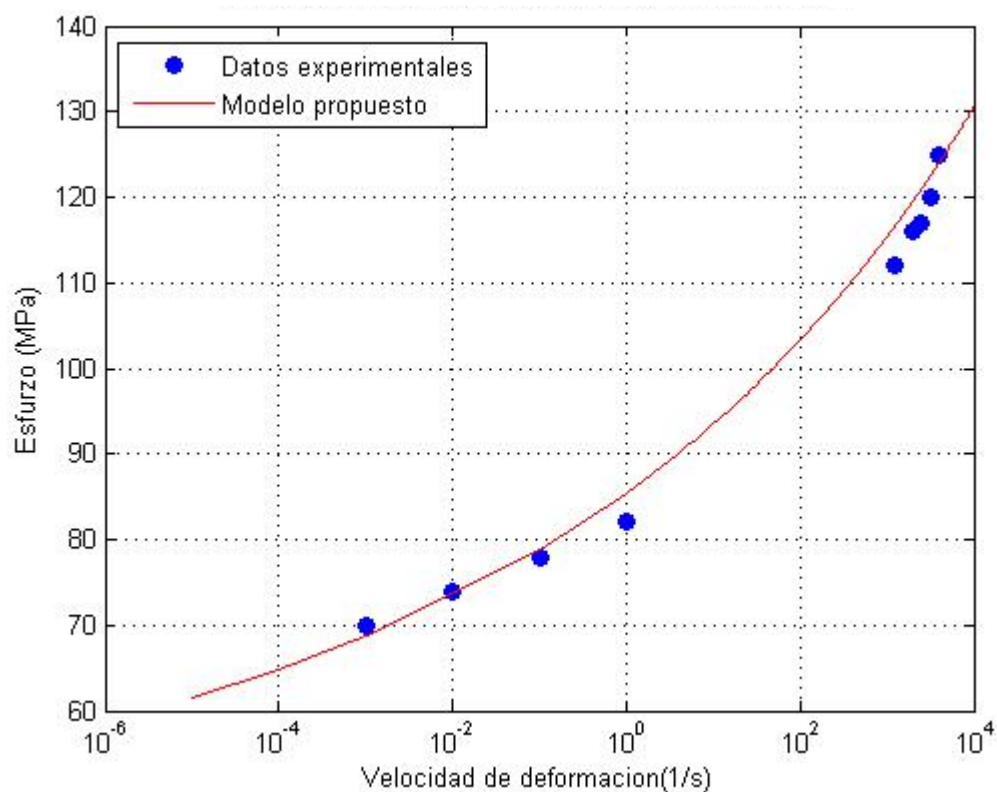
$$\sigma_y = \sigma_0 e^{\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)}} \quad (25)$$

done  $\sigma_y$ , es el esfuerzo de fluencia que se quiere hallar,  $\sigma_0$ , es el esfuerzo de referencia que se puede interpretar como el mínimo esfuerzo apreciable cuando la velocidad de deformación tiende a cero,  $\dot{\epsilon}$  es la velocidad de deformación,  $y$  es el termino variable en esta ecuación,  $\dot{\epsilon}_0$  es la velocidad de deformación limite para la cual cualquier incremento en la velocidad de deformación implicará un cambio considerable en el esfuerzo de fluencia del material y  $n$  es una constante que define el grado de inclinación de la curva a partir de la velocidad  $\dot{\epsilon}_0$  de referencia.

#### 4.3.1. Ajuste de los datos experimentales:

Con base en el modelo propuesto representado por la ecuación 25 y utilizando el software MATLAB, se realiza un ajuste de estos puntos y se presentan los resultados a continuación.

Figura 14: Grafico de comparación entre datos teóricos y modelo propuesto para el PC.



En la Figura 14 se muestra la comparación entre los datos experimentales calculados por Mulliken y Boyce para el PC, y los datos ajustados con el modelo propuesto en este trabajo de grado.

Los parámetros encontrados para lograr este ajuste del PC son  $\sigma_0 = 38.7\text{MPa}$ ,  $\varepsilon_0 = 150\text{s}^{-1}$ ,  $n = 21.5$ , para velocidades de deformación entre 0 y  $10^4\text{s}^{-1}$ .



La velocidad de referencia en la cual se presenta la transición encontrada mediante el ajuste de la curva del PC,  $150s^{-1}$ , coincide con la velocidad de referencia que encuentran Mulliken y Boyce en sus ensayos (Mulliken, y otros, 2006).

En la Tabla 5, se presentan los valores reales y teóricos calculados, junto con los respectivos errores de cálculo generados al utilizar el modelo propuesto.

Tabla 5: Comparación entre datos reales y datos teóricos para el PC

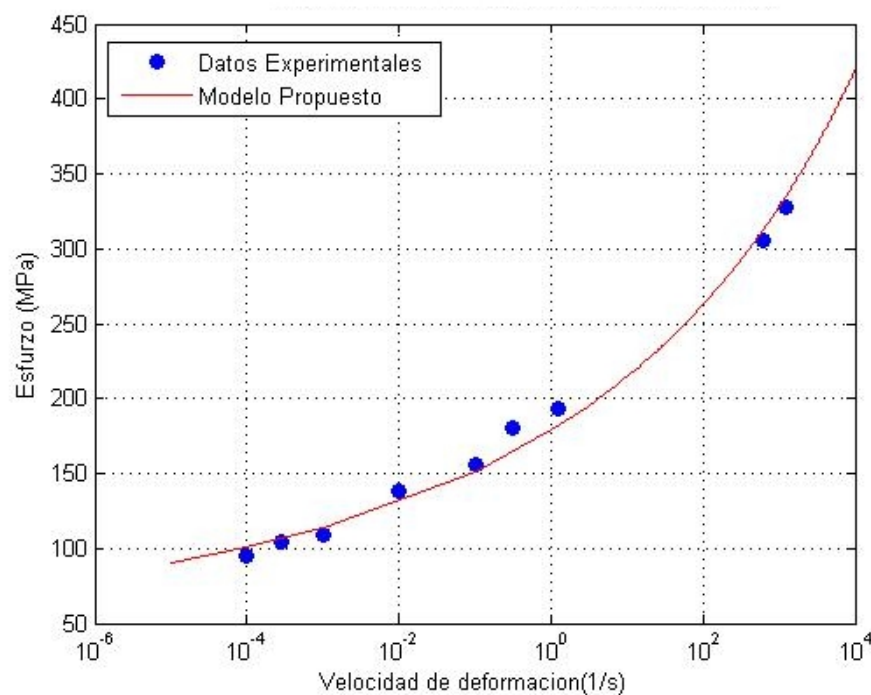
COMPARACIÓN DATOS TEÓRICOS Vs DATOS REALES PC			
Esfuerzo Real (MPa)	Esfuerzo teórico(MPa)	Diferencia Absoluta(MPa)	Error(%)
70	68,73	1,26	1,80
74	73,34	0,65	0,87
78	78,84	-0,84	-1,08
82	85,45	-3,45	-4,20
112	116,73	-4,73	-4,22
116	119,55	-3,55	-3,06
117	121,01	-4,01	-3,42
120	122,51	-2,51	-2,09
125	124,04	0,96	0,76

Los signos negativos representan que el esfuerzo teórico hallado mediante el modelo propuesto es mayor que el esfuerzo real medido por Mulliken y Boyce mediante las pruebas de compresión, los signos positivos representan lo contrario.

Para el rango de datos disponible para el PC, el error máximo que se presenta al ajustar la curva con el modelo propuesto es de 4.22%.

Los errores de ajuste que se presentan en la graficas pueden deberse a la extracción manual de los datos de las graficas realizadas por Mulliken y Boyce. y en cierto grado a que las medidas que arrojaban los instrumentos utilizados presentaban leves desviaciones en la velocidad de deformación al momento de realizar las pruebas. Estas desviaciones, son normales en pruebas de este tipo, debido a las exigencias que las pruebas exigen en el control de los mecanismos de los equipos.

Figura 15: Grafico de comparación entre datos teóricos y modelo propuesto para el PMMA.



En la Figura 15 se muestra la comparación entre los datos experimentados calculados por Mulliken y Boyce para el PMMA, y los datos ajustados con el modelo propuesto en este trabajo de grado.

Los parámetros encontrados para lograr este ajuste del PMMA son  $\sigma_0 = 32\text{MPa}$ ,  $\varepsilon_0 = 3.98 \times 10^{-6}\text{s}^{-1}$ ,  $n = 22.9$ , para velocidades de deformación entre 0 y  $10^4\text{s}^{-1}$ .

En la Tabla 6, se presentan los valores reales y teóricos calculados, junto con los respectivos errores de cálculo generados al utilizar el modelo propuesto.

Tabla 6: Comparación entre datos reales y datos teóricos para el PMMA

COMPARACIÓN DATOS TEÓRICOS Vs DATOS REALES PMMA			
Esfuerzo Real (MPa)	Esfuerzo teórico(MPa)	Diferencia Absoluta(MPa)	Error(%)
95	101,18	-6,18	-6,51
104	106,72	-2,72	-2,62
109	114,28	-5,28	-4,84
138	130,75	7,25	5,25
156	151,75	4,25	2,72
180	164,42	15,58	8,66
193	182,04	10,96	5,68
305	313,09	-8,09	-2,65
328	335,74	-7,74	-2,36

Los signos negativos representan que el esfuerzo teórico hallado mediante el modelo propuesto es mayor que el esfuerzo real medido por Mulliken y Boyce mediante las pruebas de compresión, los signos positivos representan lo contrario.

Para el rango de datos disponible para el PMMA, el error máximo que se presenta al ajustar la curva con el modelo propuesto es de 8.66%.

#### 4.3.2. Comparación con otros modelos.

##### Ley de Potencias:

Para ajustar los puntos experimentales mediante la ecuación de la ley de las potencias se debe graficar el esfuerzo de cedencia Vs la velocidad de deformación en escala doble logarítmica para observar su comportamiento. En el capítulo 3, se mencionó que la ley de las potencias representa una línea recta una grafica con escala doble logarítmica, para bajas velocidades de deformación en la curva Esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación esto es cierto, y para altas velocidades de deformación se podría lograr un ajuste aceptable, pero si se toma todo el rango de velocidades de deformación que se utiliza en las pruebas realizadas, utilizar la ecuación de la ley de las potencias para ajustar los datos, sería considerar errores grandes en el modelo.

Consientes de los errores que el modelo de la ecuación de la ley de las potencias para amplios rangos de velocidades de deformación genera, se ajustaran los puntos experimentales con este modelo para comparar entre el modelo propuesto.

Al realizar un ajuste lineal de los datos en escala doble logarítmica para el PC y el PMMA en el software MATLAB, se obtienen que las ecuaciones lineales de ajuste y los coeficientes de la ley de las potencias respectivos se muestran en la Tabla 7, sabiendo que el índice de la ley de las potencias  $n$  es la pendiente de la curva y el coeficiente  $K$  es el logaritmo del intercepto con el eje Y.

La ecuación de la ley de las potencias es de la forma:

$$\sigma = K \dot{\epsilon}^n$$

Tabla 7: Factores de la ley de las potencias para el ajuste de las curvas del PC y el PMMA

	PC	PMMA
Ecuación de ajuste lineal	$Y = 0.038x + 1.9$	$Y = 0.075x + 2.3$
Índice de la ley de las potencias n	0.038	0.075
Intercepto Log(k)	1.9	2.3
Coeficiente de la ley de las potencias K	79.43	199.53

Modelo de Ree-Eyring:

La ecuación para encontrar los esfuerzos de fluencia de un material teniendo la velocidad de deformación, según el modelo Ree-Eyring está definida por la ecuación 17.

$$\sigma_y = \frac{2RT(\ln(\dot{\epsilon}_y) - \ln(\dot{\epsilon}_0)) + 2\Delta H}{V}$$

Las constantes que ajustan los datos experimentales para el PC y el PMMA se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 8: Parámetros de ajuste para el modelo Ree-Eyring para el PC y el PMMA.

	PC	PMMA
Entalpia de activación( $\Delta H$ )	$117000 \text{ J mol}^{-1}$	$40000 \text{ J mol}^{-1}$
Constante de los gases $R$	$8.314 \frac{\text{Jmol}}{\text{°K}}$ ,	$8.314 \frac{\text{Jmol}}{\text{°K}}$ ,
Constante $\dot{\epsilon}_0$	0.11	0.11
Volumen de activación $V$	$0.003 \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$	$0.0005 \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
Temperatura de referencia $T$	$294.5 \text{ °K (21.5°C)}$	$294.5 \text{ °K (21.5°C)}$

Grafica de Ajuste:

En la Figura 16 y en la Figura 17 se muestran los ajustes realizados a los datos teóricos para el PC y el PMMA, con los modelos de La ley de las Potencias, El modelo Ree-Eyring y el modelo Propuesto.

Particularmente para el PMMA, la ley de las potencias ajusta muy bien los datos, esto se debe a que la transición en este material se presenta a muy bajas velocidades de deformación y la línea que ajusta la curva en escala Log-Log tiene una forma muy lineal además la zona de transición de este polímero se encuentra en el rango cuasi estático de  $3.98 \times 10^{-6} \text{s}^{-1}$  en comparación con el PC esta por los lados de  $150 \text{s}^{-1}$ .

Figura 16: Comparación de tres modelos para el ajuste de los datos de la curva Esfuerzo de Fluencia Vs Velocidad de Deformación para el PC.

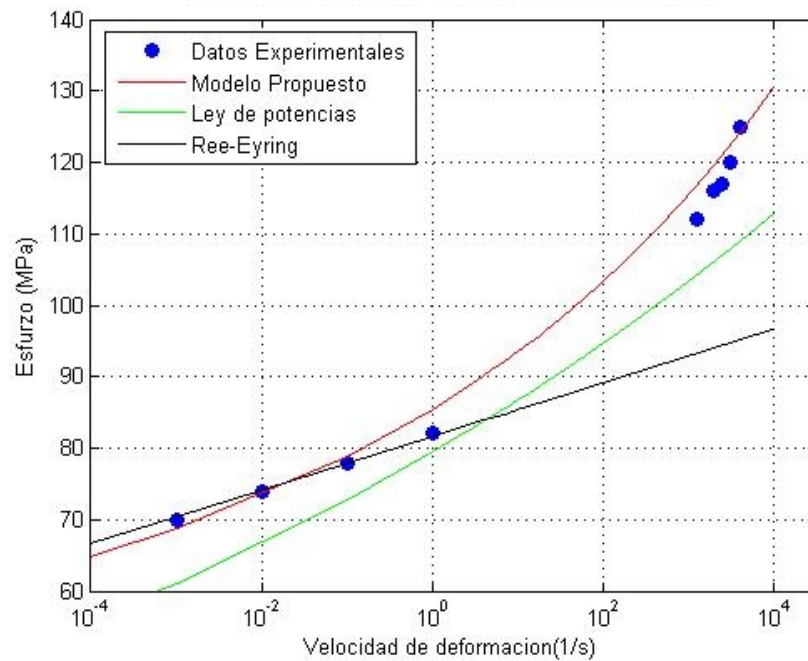
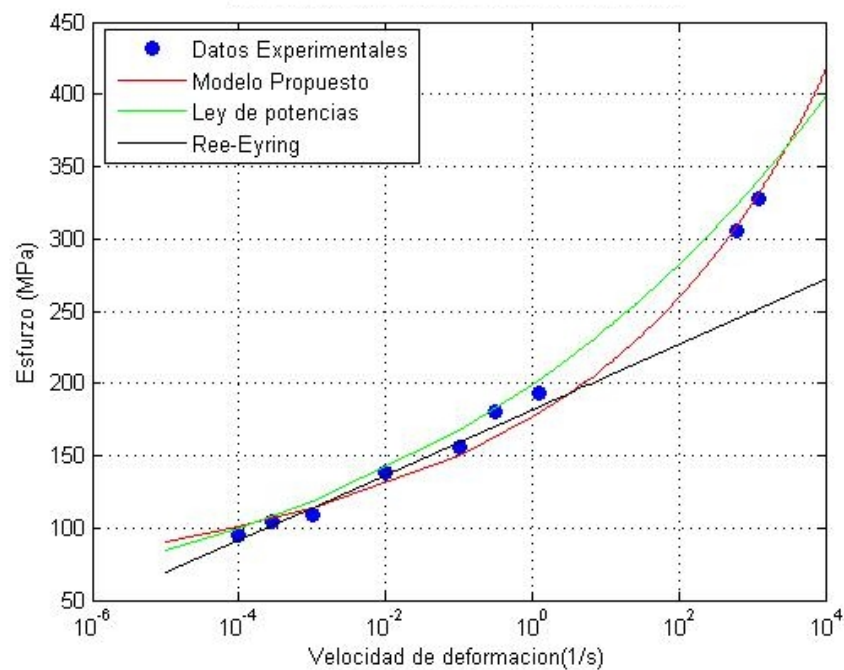


Figura 17: Comparación de tres modelos para el ajuste de los datos de la curva Esfuerzo de Fluencia Vs Velocidad de Deformación para el PMMA.



4.3.3. Efecto de la temperatura en la curva esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación:

Para ajustar las curvas del esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación obtenidas mediante el modelo propuesto para el PC y el PMMA, se utiliza el método de ajuste WLF, documentado en la ecuación 22.

$$\text{Log}(R_0) = - \frac{C_1(T - T_{\text{ref}})}{C_2 + (T - T_{\text{ref}})}$$

donde,  $T$  es la temperatura a la cual se quiere hallar el esfuerzo escalado,  $T_{\text{ref}}$  es la temperatura a la cual se encontró la curva de referencia que para este caso son 25°C.

Para el policarbonato las constantes encontradas  $C_1$  y  $C_2$ , son 0.4 y 100 respectivamente. (Osswald, y otros, 1995)

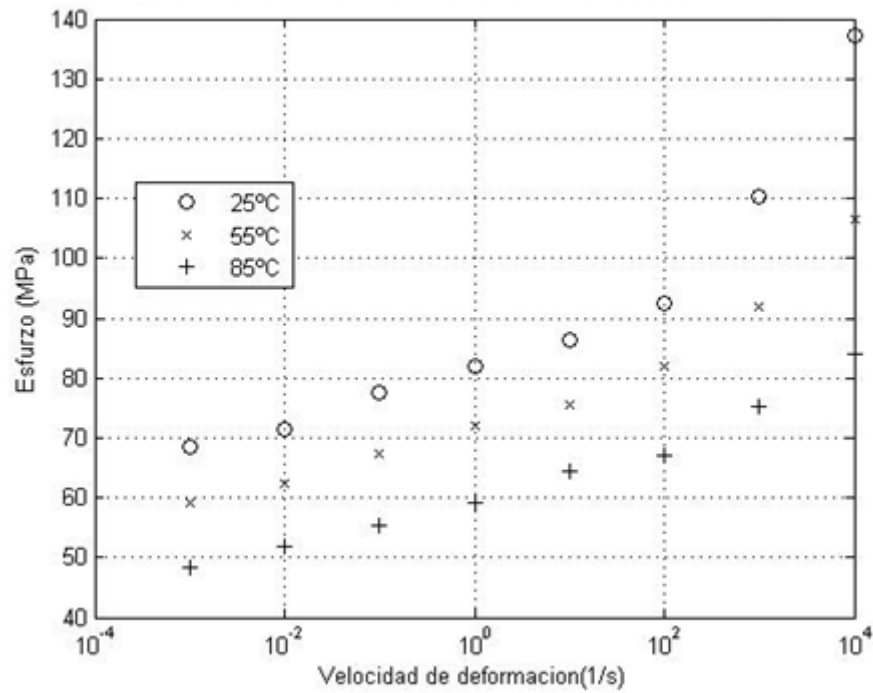
Para cada temperatura a la cual se quiere determinar el comportamiento del material, se debe hallar un factor de escalamiento independiente, este factor debe ser multiplicado por la ecuación del modelo propuesto, para encontrar la curva deseada.

$$\sigma_y = \sigma_0 e^{\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)^{\left(\frac{1}{n}\right)}} \cdot R_0 \quad (26)$$

La Figura 18 muestra las curvas de ajuste de temperaturas logradas por Mulliken y Boyce con su modelo, estos datos son un buen ejemplo para comparar el modelo propuesto a diferentes temperaturas, ya que no se disponen datos experimentales reales para hacerlo.



Figura 18: Curvas de ajustes de temperaturas logradas por Mulliken y Boyce para el PC.

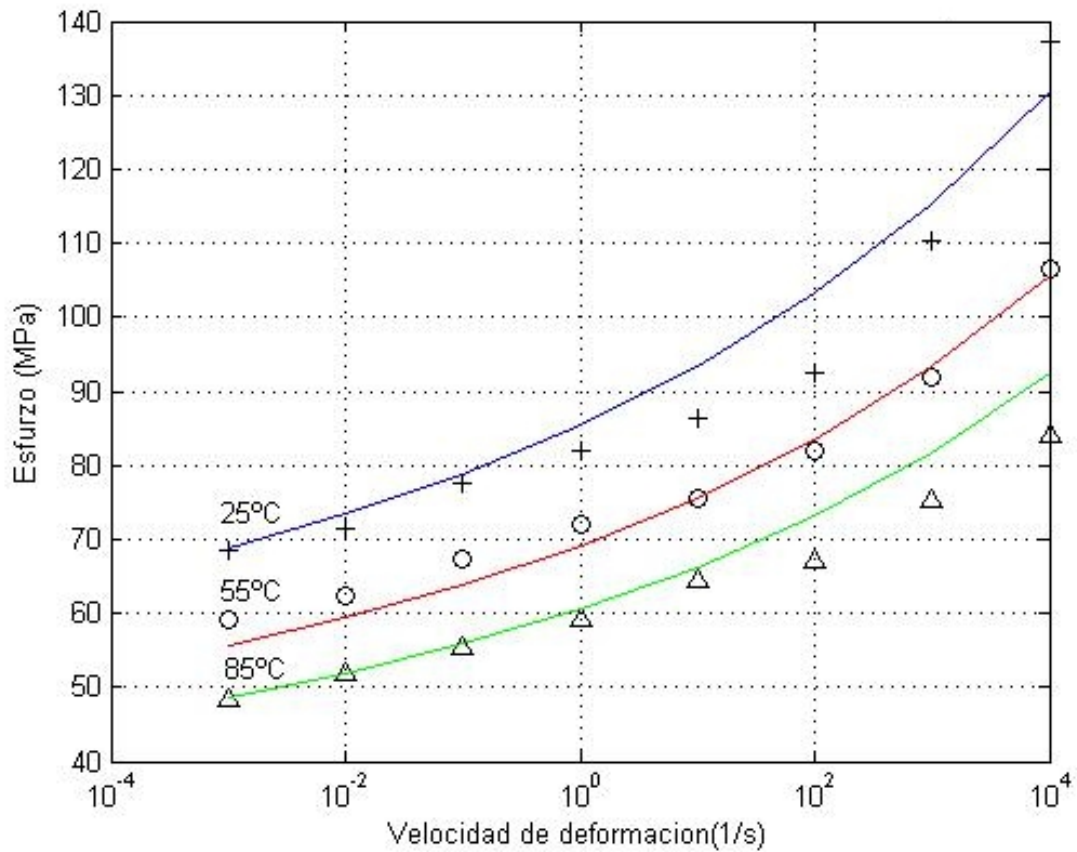


(Mulliken, y otros, 2006)

En la grafica se puede observar que a medida que la temperatura aumenta, los esfuerzos de fluencia van disminuyendo hasta que el esfuerzo necesario para hacer fluir el material tiende a cero.

Para el PC los factores de escalamiento calculados para las temperaturas de 55°C y 85°C son 0.8085 y 0.7079 respectivamente y están representados en la Figura 19.

Figura 19: Comparación de ajuste de temperaturas del modelo propuesto ajustado con WLF y los datos ajustados por Mulliken y Boyce para el p PC .



Las diferencias en los ajustes se pueden presentar por varios motivos, uno de ellos es que los datos de las curvas de Mulliken y Boyce fueron tomados directamente de graficas, por lo que se incurre en un error al tomar los datos. Otro posible error, es el error experimental que se incurre al hacer las pruebas, a pesar de ello, los ajustes de las curvas siguen siendo razonablemente buenos.

## 5. APROXIMACIÓN A LA APLICACIÓN DEL MODELO EN EL ESTIRADO DE FIBRAS POLIMÉRICAS

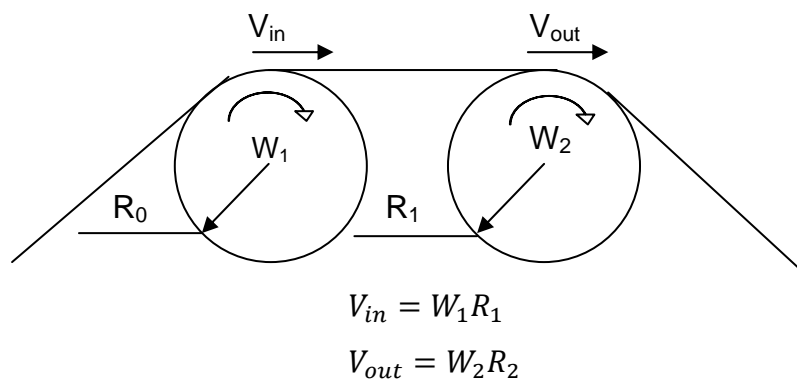
La formación de fibras es un proceso en el cual intervienen factores como la temperatura, la viscosidad, la densidad, la presión, el flujo másico, la fuerza y la velocidad de extrusión, los tiempos de enfriamiento, la fuerza y la velocidad de estiramiento, estas dos ultimas son la que convierten un filamento relativamente grueso, con cadenas moleculares sin alinear, en un filamento esbelto, en el cual las cadenas moleculares se alinean, para darle mayores propiedades mecánicas a las fibras.

El estirado exige una fuerza mínima que se le debe aplicar a la fibra para vencer el punto de cedencia y permitir que esta sea deformada permanentemente, lo que implica un consumo de potencia por parte del mecanismo que genera el movimiento necesario para cumplir tal fin.

Dependiendo de la velocidad a la que se desee estirar la fibra será la fuerza que se requiere para que el material venza el punto de cedencia. Entre menor sea la velocidad de estiramiento, menor será esta fuerza necesaria para estirla. Este comportamiento se ve reflejado en la grafica, esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación que ya se ha mencionado en este trabajo de grado y puede ser apreciado en la Figura 14 o la Figura 15.

Para estirar una fibra se pueden considerar dos rodillos los cuales se encuentran en contacto con la fibra y no se debe presentar deslizamiento entre ambos, si el rodillo de la salida posee una velocidad mayor que el rodillo de la entrada, la fibra es estirada siempre y cuando la fuerza que ejerce el rodillo de salida venza el esfuerzo de cedencia del material.

Figura 20. Estiramiento de fibras por medio de poleas.



$$\text{Relacion de estiramiento} = \frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (27)$$

La relación de estiramiento también se puede representar como.

$$\text{Relacion de estiramiento} = \frac{\text{Diametro de fibras en entrada}}{\text{Diametro de fibras en salida}} \quad (28)$$

La relación de estiramiento que se aplica a una fibra da una idea de la velocidad de deformación a la que esta está sometida, para relaciones de estiramiento muy pequeñas, la fuerza que deberá ejercer el rodillo de salida es menor que si se compara con la fuerza que tendría que hacer este si la relación de estiramiento fuera mayor en un mismo tiempo predeterminado.

Es claro, que la fuerza que se debe aplicar a cada material que se este procesando para vencer su punto de cedencia es diferente. Como también lo es el incremento de la potencia necesaria cuando se desea aumentar la velocidad de procesamiento. Existen materiales que son particularmente sensibles a los cambios en las velocidades de deformación, por ejemplo, el PMMA, que posee su punto de transición a muy bajas velocidades de deformación, requerirá un incremento mayor en la potencia si se desea aumentar la velocidad con la que son estiran las fibras, que si este incremento en dicha velocidad se realizara en el PC, donde su punto de transición se encuentra muy por encima del de el PMMA.

### 5.1. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Si una maquina extrusora de fibras es capaz de producir filamentos de PC de 4 mm de diámetro a una velocidad lineal de 100 mt por minuto, calcule la fuerza necesaria que debe hacer un rodillo de estiramiento para disminuir el diámetro de la fibra a 2 mm de diámetro. Se supone un estiramiento de las fibras en frio (25°C).

Para este caso como la curva del modelo experimental fue tomada a 25°C, la constante del modelo de Arrhenius para ajuste de temperatura es 1.

Para resolver este problema primero se debe encontrar la relación de estiramiento que se esta aplicando a las fibras, para ello se utiliza la ecuación 28.

$$\text{Relacion de estiramiento} = \frac{4 \text{ mm}}{2 \text{ mm}} = 2$$

Como la velocidad con que salen las fibras del sistema de extrusión es 100 m/min, se debe encontrar la velocidad con la cual deben ser estiradas las fibras para lograr una relación de estiramiento de 2, para ello se despeja la ecuación 27.

$$V_{out} = 2 \cdot 100 \frac{m}{min} = 200 \frac{m}{min}$$

Para encontrar la deformación a la cual se somete las fibras se utiliza la ecuación 1. considerando por un momento el sistema como un sistema estático,

$$\varepsilon = \frac{200 m - 100 m}{100m} = 1 \frac{m}{m}$$

como se sabe que esta deformación se da por minuto entonces la velocidad de deformación es

$$\dot{\varepsilon} = 1 min^{-1}$$

convirtiéndola en segundos se tiene que:

$$\dot{\varepsilon} = 0.016667 s^{-1}$$

Aplicando la ecuación 25 del modelo propuesto, y utilizando los parámetros encontrados para el PC  $\sigma_0 = 38.7 MPa$ ,  $\varepsilon_0 = 150 s^{-1}$  y  $n = 21.5$ , se tienen que

$$\sigma_y = 38.7 MPa \cdot e^{\left(\frac{0.016667 s^{-1}}{150 s^{-1}}\right)^{\left(\frac{1}{21.5}\right)}}$$

$$\sigma_y = 74.4851 MPa$$

El esfuerzo de fluencia del PC a 25°C es 74.48MPa, este es el esfuerzo mínimo que debe ser aplicado para deformar plásticamente el material, y así lograr el estirado requerido en las fibras.

Se sabe que para los materiales la ecuación de esfuerzo se representa como

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$F = \sigma A$$

$$F = 74.4851 \text{MPa} \cdot \pi(0.002\text{m})^2$$

$$F = 936.007 \text{N}$$

Entonces la fuerza requerida para estirar la fibra son 936.007 Newtons.

¿Qué pasa si las fibras de PC se estiran en vez de 25°C a 55°C?

Para ajustar la temperatura se debe hallar el factor de escalamiento  $R_0$  para el ajuste de temperaturas representada en la ecuación 22.

Las constantes  $C_1$  y  $C_2$ , fueron encontradas en el capítulo 4.3.3 definidas como 0.4 y 100 respectivamente.

$$\text{Log}(R_0) = -\frac{0.4(328 - 298)}{100 + (328 - 298)}$$

$$R_0 = 0.8085$$

Teniendo  $R_0$  se utiliza la ecuación 26 para hallar el esfuerzo ajustado a la temperatura de 55°C.

$$\sigma_{y@55^\circ\text{C}} = 38.7 \text{MPa} \cdot e^{\left(\frac{0.016667 \text{s}^{-1}}{150 \text{s}^{-1}}\right)^{\left(\frac{1}{21.5}\right)}} \cdot 0.8085$$

$$\sigma_{y@55^{\circ}\text{C}} = 64.84\text{MPa}$$

El esfuerzo de fluencia baja con el aumento de temperatura pasando de 74.5MPa a 64.8MPa.

¿Que pasa con la fuerza necesaria para estirar el material si este fuera PMMA y no PC bajo las mismas condiciones del problema anterior y para 25°C?

Los parámetros que ajustan el modelo propuesto para el PMMA son  $\sigma_0 = 32\text{MPa}$ ,  $\epsilon_0 = 3.98 \times 10^{-6}\text{s}^{-1}$ ,  $n = 22.9$ .

$$\sigma_y = 32\text{MPa} \cdot e^{\left(\frac{0.016667\text{s}^{-1}}{3.98 \times 10^{-6}\text{s}^{-1}}\right)^{\left(\frac{1}{21.6}\right)}}$$

$$\sigma_y = 134.969$$

$$F = 147.301\text{MPa} \cdot \pi(0.002\text{m})^2$$

$$F = 1696.04\text{N}$$



Se deduce entonces, que para las mismas condiciones de procesamiento, con polímeros diferentes, los esfuerzos de cedencia de los materiales varían, siendo el PMMA mas resistente a la cedencia que el PC.

## 6. CONCLUSIONES

Para los polímeros amorfos, existe una transición a partir de la cual cualquier incremento en la velocidad de deformación genera un aumento significativo de los esfuerzos de cedencia del material. Si se desean utilizar polímeros amorfos a nivel industrial para cualquier aplicación de procesamiento relacionado con la compresión o el estiramiento del polímero, es necesario tener en cuenta a qué velocidad de deformación se desea trabajar para hacer una selección adecuada de la potencia necesaria requerida por el polímero para poder vencer el esfuerzo de cedencia del mismo. No es lo mismo procesar un PC que un PMMA, ya que si se desea procesar un PMMA, la velocidad de deformación crítica a la cual los esfuerzos cambian significativamente con cualquier cambio en esta velocidad de deformación se encuentra en rangos bajos y cambiar la velocidad de procesamiento implica un incremento en la potencia necesaria para deformar el mismo, mientras que la transición del PC se da a velocidades de deformación más alta por lo que el rango de trabajo para variar la velocidad de deformación sin que se aumente mucho la potencia requerida para deformarlo es mayor.

En este trabajo de grado se propuso un modelo simple que requiere de tres parámetros para ajustar una curva de esfuerzo de cedencia Vs velocidad de deformación i)  $\sigma_0$  que representa el mínimo esfuerzo de cedencia del material para una velocidad de deformación cero. ii)  $\dot{\epsilon}_0$  que es la velocidad de deformación crítica donde se presenta la transición y iii)  $n$ , que es un índice que permite incrementar o reducir la pendiente de la curva exponencial para altas velocidades de deformación.

El modelo propuesto, permite ajustar una curva de esfuerzo Vs velocidad de deformación, de una manera simple que otros modelos difícilmente logran, ya que sus constantes son fáciles de hallar teniendo previamente los datos de las pruebas mecánicas.

Para determinar el comportamiento mecánico de los materiales a diferentes temperaturas, se puede aplicar el método WLF unido con el modelo propuesto, solo basta multiplicar, la ecuación propuesta por el factor de escalamiento que se calcula con el método.

El modelo propuesto ajusta razonablemente bien para los polímeros amorfos mencionados en este trabajo de grado, la reproducibilidad de este modelo para otros polímeros de la misma clase, queda pendiente de estudio y podría ser tema de estudio mas adelante.

Con los modelos y los datos planteados en este trabajo de grado queda como reto para trabajos futuros, encontrar un modelo que sirva para predecir la curva Esfuerzo Vs Deformación para polímeros amorfos.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

Askeland, Donald R. 1998. *Ciencia e ingeniería de los materiales*. Tercera Edición. s.l. : Thomson, 1998.

Brostow y Corneliussen. 1986. *Failure of plastics*. s.l. : Hanser, 1986.

*Continuous Drawing Of Liquids To Form Fibers*. Denn, Morton M. 1980. 12, Delaware : s.n., 1980, Annual Review of fluid Mechanics, Vol. 1.

*Continuous-fiber extrusion make strong thermoplastics*. Korane, Kenneth. 2003. 10, 2003, Vol. 75.

*Degradation Behavior of poly(ethylene Terephthalate) in an extrusion system*. Chizuka, Kenji y Kikutani, Takeshi. 2004. 11, Noviembre de 2004, Textile Research Journal, Vol. 74.

Hibbler, R.C. 1997. *Mecánica de materiales*. Mexico : Pearson, 1997.

Hill, Rowland. 1958. *Tecnología de las Fibras Artificiales*. Madrid : Aguilar, 1958. pág. 641.

McCrum, N. G., Buckley, C. P. y Bucknall, C. B. 1997. *Principles of polymer engineering*. s.l. : Oxford University Press, 1997.

Michaeli, Walter. 2002. *Plastic Processing*. Munich, Alemania : Hanser, 2002.

Mulliken, A.D. y Boyce, M.C. 2006. *Mechanics of the rate-dependent elastic-plastic deformation of glassy polymers from low to high strain rates*. 2006. págs. 1331-1356.

*New Extrusion process recycles food-grade PET*. Anonymous. 2006. 9, Septiembre de 2006, Plastics Technology, Vol. 52.

Osswald, T.A. y G., Menges. 1995. *Polymer Material Science*. s.l. : Hanser, 1995.

*Polymer Processing*. Vlachopoulos, J. and Strutt, D. 2003. 9, Septiembre 2003, Materials Science And Technology, Vol. 19.

Progelhof, Richard C. 1993. *Polymer Engineering principles*. s.l. : Hanser , 1993.

Ramos, Luis Francisco. 1993. *Extrusión de plásticos*. Mexco : Limusa, 1993. pág. 187.

Rauwendaal, Chris. 1994. *Polymer Extrusion*. s.l. : Hanser, 1994. pág. 568.

Schwarz, Otto. 2002. *Ciencia de los plasticos*. Primera Edición. s.l. : Costa Nogal, 2002.